

Endziffern von Primzahlen

In der Süddeutschen Zeitung

(<http://www.sueddeutsche.de/wissen/mathematik-auf-eins-folgt-meist-drei-1.2909718>)

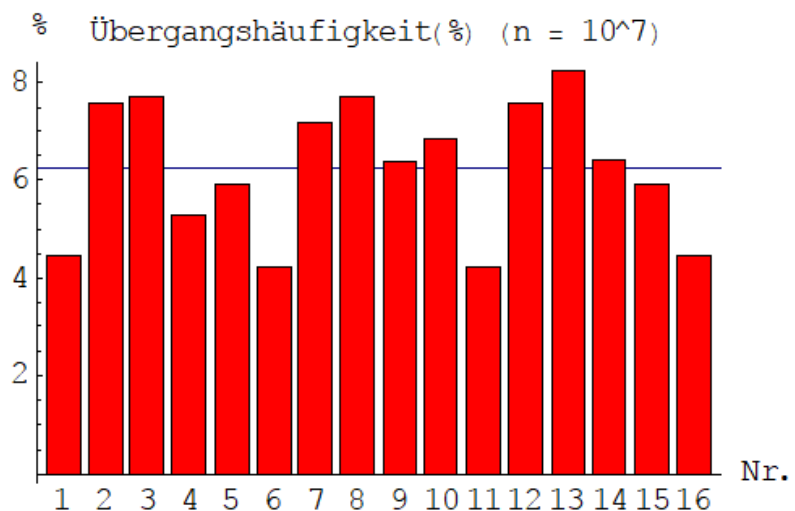
vom 16. März 2016 habe ich kürzlich einen Artikel von Patrick Illinger gefunden, der wie folgt beginnt:

"Zumindest für die ersten Billionen Primzahlen gilt: Ihre letzte Ziffer ist kein Zufall. Auch nach Jahrzehnten der Forschung entdecken Mathematiker im Reich der Primzahlen noch handfeste Überraschungen. Das zeigt eine soeben erschienene Arbeit zweier Zahlentheoretiker der kalifornischen Stanford-Universität. Kannan Soundararajan und sein Kollege Robert Lemke Oliver haben eine Eigenschaft von Primzahlen entdeckt, die darauf hindeutet, dass diese Zahlen nicht so zufällig sind, wie Theoretiker bislang vermuteten: Aufeinanderfolgende Primzahlen wiederholen ihre Endziffer nur ungern."

Stimmt das denn auch?

Die letzte Ziffer einer Primzahl kann – ab $P[4] = 7$ – nur eine der Ziffern 1, 3, 7 oder 9 sein. Ich habe bei den ersten 10 Millionen von Übergängen von einer Primzahl ab $P[4] = 7$ zur nächsten je die letzte Ziffer zweier aufeinanderfolgender Primzahlen angeschaut, von $P[4] = 7$ zu $P[5] = 11$, von $P[5] = 11$ zu $P[6] = 13$, ..., bis von $P[10'000'003] = 179424719$ zu $P[10'000'004] = 179424731$. Es ergeben sich aus diesen 10 Millionen Paaren nicht etwa gleichverteilt die gleichen Häufigkeiten für jeden der 16 möglichen Übergänge – also in etwa $10'000'000 : 16 = 625'000$, sondern die Häufigkeiten, die in der Tabelle links unten (mit Nummer, Übergang und seiner absoluter Häufigkeit) angegeben sind, und die unten rechts graphisch dargestellt sind:

1	{1, 1}	446808
2	{1, 3}	756071
3	{1, 7}	769924
4	{1, 9}	526953
5	{3, 1}	593196
6	{3, 3}	422302
7	{3, 7}	714795
8	{3, 9}	769915
9	{7, 1}	639384
10	{7, 3}	681759
11	{7, 7}	422289
12	{7, 9}	756852
13	{9, 1}	820369
14	{9, 3}	640076
15	{9, 7}	593275
16	{9, 9}	446032



Es fällt auf, dass insbesondere die Übergänge {1, 1}, (entsprechend Nr. 1), {3, 3} (mit Nr. 6), {7, 7} (mit Nr. 11) und {9, 9} (mit Nr. 16) deutlich unterdurchschnittlich oft vorkommen: Aufeinanderfolgende Primzahlen wiederholen ihre Endziffer anscheinend tatsächlich nur "ungern", was sich offensichtlich schon bei der Untersuchung von etwa 10 Millionen von Primzahlübergängen zeigt.

H.U. Keller, MNG / Mai 2017.