

## Buchbesprechung

**Mathematik für Naturwissenschaften: Einführung in die Lineare Algebra**, Thomas P. Wihler, viii und 207 Seiten, 2012 Haupt Verlag, ISBN 978-3-8252-3636-6

Der Titel umschreibt Inhalt und Anspruch des Buches sehr nüchtern. Er lässt die im Buch enthaltene, vielfältige und inspirierende Sammlung von Anwendungen kaum erahnen. Zahlreiche spannende Beispiele aus den Naturwissenschaften - Atmosphärenmodell, Datenübermittlung, chemische Reaktionsgleichungen, Leslie-Modelle in der Biologie, etc. - motivieren oder veranschaulichen wichtige Sätze aus der Linearen Algebra. Das Buch ist als Einführung gedacht: Die praxisrelevanten, theoretischen Grundlagen werden häufig als Werkzeuge zur Beantwortung von konkreten, naturwissenschaftlichen Fragen präsentiert. Obwohl weitgehend auf rigorose Beweise verzichtet wird, finden sich an manchen Stellen erhellende Verifikationen oder intuitive Erklärungen.

Ausgehend vom physikalischen Beispiel eines elektrischen Stromkreises führen das Ohmsche und die Kirchhoffschen Gesetze zu einem ersten linearen Gleichungssystem für drei unbekannte Stromstärken. Schon ist der Weg bereitet für die Themen Gauss-Elimination und Matrixnotation. Behandelt werden weiterhin reguläre und singuläre Matrizen, Determinanten und über- bzw. unterbestimmte Gleichungssysteme. Das zweite Kapitel beschäftigt sich mit den Vektorräumen. Neben Grundoperationen mit Vektoren und Linearkombinationen werden auch die linearen Unterräume ausführlich diskutiert. Dabei wird sowohl an die Parameterdarstellung der Ebene aus der Vektorgeometrie in der Schule angeknüpft, als auch eine Verbindung zwischen linearen Gleichungen und Unterräumen hergestellt: Die Lösungsmenge eines homogenen, linearen Gleichungssystems bildet einen linearen Unterraum. Bei den Basen und Koordinaten wird auf die zentrale Tatsache hingewiesen, dass sich die Koordinaten immer auf eine gegebene Basis beziehen. Wussten Sie, dass sich jede chemische Verbindung, die sich aus den Molekülen Quarz, Korund und Disthen darstellen lässt, auch nur mit Quarz und Disthen geschrieben werden kann? Grund dafür ist, dass der Raum aller möglichen „Linearkombinationen“ von Quarz, Disthen und Korund die Dimension 2 hat und von Quarz und Disthen alleine aufgespannt wird. Auf dieses faszinierende Beispiel folgen die euklidische Norm, Skalarprodukt und die wirkungsvolle Projektionseigenschaft. Sie ist dann beispielsweise wesentlich für die Methode der kleinsten Quadrate und die diskrete Fouriertransformation im dritten Kapitel. Es folgen die linearen Abbildungen im vierten Kapitel. Aufgefallen sind mir nicht nur die eleganten Definitionen des Matrix-Vektor-Produkts und des Matrixprodukts, die nur mit komponentenweiser Skalarmultiplikation von Vektoren und ohne komplizierte Summenschreibweise auskommen, sondern auch das schicke Beispiel einer projektiven Darstellung des Einheitswürfels in der zweidimensionalen Ebene. Besprochen werden ausserdem der Dimensionssatz sowie Verknüpfungen und Umkehrungen von linearen Abbildungen. Zudem wird bezüglich der Matrix einer linearen Abbildung wieder an die wichtige Tatsache der Abhängigkeit von der gewählten Basis erinnert. Das fünfte Kapitel ist den Eigenwertproblemen gewidmet. Diese Thematik wird wiederum entlang packender Beispiele ausgebreitet: Wartezeitenprozess zwischen zwei Ausbrüchen des Geysirs Old Faithful im Yellowstone Park, Entwicklung von verschiedenen Baumarten in einem Wald oder Hierarchien in sozialen Netzwerken. Die Eigenwerte und Eigenvektoren werden nicht nur theoretisch durch Auflösen des charakteristischen Polynoms gesucht. Die oftmals praxistauglichere Potenzmethode wird ebenfalls erläutert.

Das Buch wirkt auf mich sehr sorgfältig ausgearbeitet. Im Folgenden werde ich auf konkrete, kleinere Punkte eingehen. Die Schreibweise für Matrizen ist nicht durchgehend einheitlich. Eingangs werden sie mit fett gedruckten Grossbuchstaben geschrieben, dann - in Abgrenzung zu den linearen Abbildungen - zusätzlich mit eckigen Klammern. Für die zweite Variante spricht unter anderem die Möglichkeit zum eleganten Notieren des Sachverhalts, dass die Matrix der Umkehrabbildung gerade der inversen Matrix der ursprünglichen Abbildung entspricht. Die Lösungen zu den anregenden Übungsaufgaben fehlen leider. Trotz Beschränkung auf eine Auswahl der wichtigsten Sätze der Linearen Algebra und einer anwendungsorientierten Ausrichtung des Buches weist der Autor lobenswerterweise immer wieder auf mögliche Verallgemeinerungen oder potentielle Fehlschlüsse aufgrund der übersichtsmässigen Darstellung hin. Beispielsweise wird festgehalten, dass die betrachteten Leslie-Modelle mit konstanten Matrizen ohne zeitabhängige Koeffizienten die langzeitige Entwicklung einer Population nur ungenügend beschreiben würden.

Diese äusserst gelungene und gut verständliche Einführung wurde meines Erachtens auch sehr ansprechend und übersichtlich gestaltet. Zudem bietet sie dem Leser eine Kurzeinführung in Octave im Anhang des Textes sowie spezifische Implementationshinweise zu verschiedenen Beispielen.

M. Häfeli